

Pár příkladů ze středoškolské astrofyziky

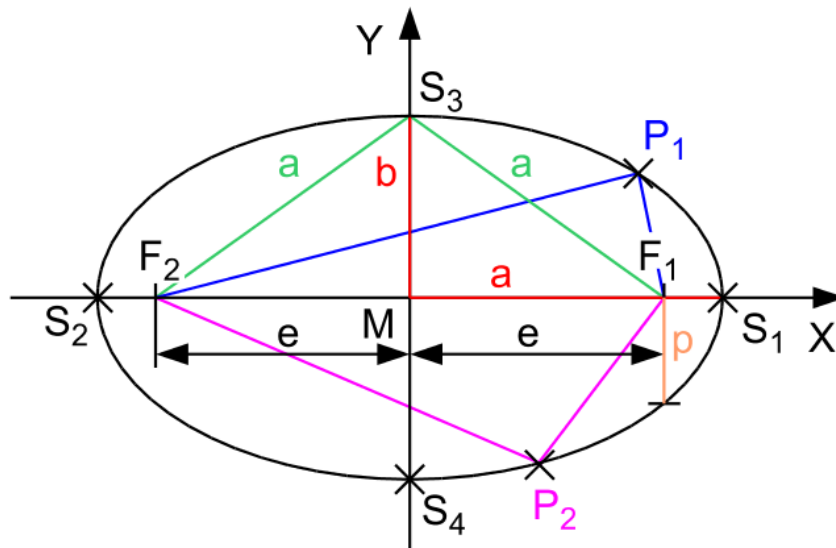
Text dal dohromady Karel Kolář – návrhy na vylepšení můžete psát na karel@fykos.cz

Keplerovy zákony

1. Keplerův zákon

Planety obíhají kolem slunce po eliptických drahách, v jejímž jednom společném ohnisku je slunce.

- Malé „s“ u slova „slunce“ je uvedeno z toho důvodu, že to docela dobře platí i pro jiné systémy, kde je pouze jedna hvězda, která obsahuje většinu hmoty dané soustavy. Nebo ještě lepší formulace by byla „centrální těleso“, protože to platí dobře i pro systémy měsíců obíhající nějakou planetu. Tahle připomínka platí i pro další Keplerovy zákony. Pokud by se jednalo o planetu obíhající dvojhvězdu, tak to pravděpodobně nepůjde (i když opět ve velké dálce od té dvojhvězdy... po nějakou omezenou dobu...)
- Samozřejmě to neplatí dokonale – ostatní planety a další tělesa působí „poruchy“ v drahách planet. Ale platí to dost přesně pro úlohy, na které můžete narazit na FO apod.



Obrázek 1 Popsaná elipsa, zdroj: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9b/Ellipse_parameters.png

- $|MS_1| = a$ – hlavní poloosa elipsy
- b – vedlejší poloosa
- e – lineární excentricita $e^2 = a^2 - b^2$
- ε – numerická excentricita $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, tedy $0 < \varepsilon < 1$ (pro $\varepsilon = 0$ bychom dostali kružnici, pro $\varepsilon = 1$ dostáváme parabolu a pro hyperbolu $\varepsilon > 1$)
- $|S_1S_2| = |F_1P_1| + |F_2P_1| = \dots$ elipsa je vlastně množina bodů konstantního součtu vzdálenosti od ohnisek
- S_1 – vrchol elipsy, pericentrum
- S_2 – vrchol elipsy, apocentrum
- M – střed elipsy
- F_1 – ohnisko, kde je slunce
- F_2 – druhé ohnisko, přímo v něm nic zajímavého není
- $p = \frac{b^2}{a}$ – parametr, který se pak využije k parametrickému popisu elipsy

Rovnice elipsy, jejíž osy jsou rovnoběžné s osami souřadnic:

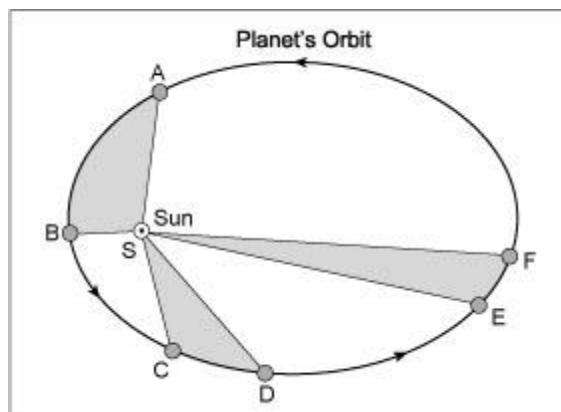
$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1.$$

Parametrická rovnice elipsy

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} = \frac{\frac{b^2}{a}}{1 + \frac{e}{a} \cos \varphi}.$$

2. Keplerův zákon (zákon ploch)

Obsah plochy opsané průvodičem planety za určitý čas je konstantní.



Obrázek 2 Znárodnění 2. Keplerova zákona http://ase.tufts.edu/cosmos/view_picture.asp?id=550

$$w = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \frac{S}{T} = \frac{\pi ab}{T} = \frac{r(t)v(t) \sin \alpha(t)}{2} = \frac{r_{S_1} v_{S_1}}{2} = \frac{r_{S_2} v_{S_2}}{2}$$

- w – plošná rychlost
- ΔS či dS – element plošné dráhy (třeba i velký či infinitesimálně malý)
- $S = \pi ab$ – plocha elipsy
- T – perioda oběhu
- $r(t)$ – poloha v čase t (vzdálenost od slunce)
- $v(t)$ – rychlost v čase t
- $\alpha(t)$ – úhel, který svírá $r(t)$ a $v(t)$

3. Keplerův zákon

Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je stejně velký, jako je poměr třetích mocnin jejich hlavních poloos.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

- T_1, T_2 – periody oběhu planet

Newtonovy zákony

1. Newtonův zákon – zákon setrvačnosti

2. Newtonův zákon – zákon síly

Když síla, tak zrychlení.

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}.$$

3. Newtonův zákon – zákon akce a reakce

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}.$$

„4.“ Newtonův zákon – princip superpozice

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_k.$$

Newtonův gravitační zákon

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

$$\mathbf{F}_g = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \mathbf{r}.$$

- $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ – gravitační konstanta
- m_1, m_2 hmotnosti těles

Zákony zachování

Zákon zachování mechanické energie

$$E_k + E_p = \text{konst.}$$

Pro radiální gravitační pole

$$\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{mM}{r} = \frac{1}{2} m v_p^2 - G \frac{mM}{a} = \text{konst.}$$

Pro soustavu dvou těles – integrál živé síly

$$v^2 = G(m_1 + m_2) \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right).$$

Zákon zachování momentu hybnosti

Je to to samé, co 2. Keplerův zákon.