

1 Pracovní úkoly

- Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových magnetizačních cívek
 - v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm
 - v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek
- Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi souosými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
- Přesvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možnosti homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
- Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
- Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

2 Teoretický úvod

Dle [1] pro intenzitu magnetického pole H na ose zanedbatelně tenké cívky s N závitů o poloměru R platí

$$H(x) = \frac{NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (1)$$

kde I je proud protékající cívkou a x je vzdálenost od středu cívky.

Pokud máme dvě cívky souose umístěné a protéká jimi stejný proud stejným směrem a jejich vzdálenost je $2a$, pak pro intenzitu magnetického pole na ose cívek ve vzdálenosti x od středu mezi cívkami platí

$$H(x) = \frac{NIR^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + (x-a)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{(R^2 + (x+a)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (2)$$

Pokud využijeme stejné zapojení, ale u jedné cívky změním směr proudu, pak dostáváme obdobný vzorec

$$H(x) = \frac{NIR^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + (x-a)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(R^2 + (x+a)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (3)$$

Nejlépejší homogenitu magnetického pole uprostřed mezi cívkami dosáhneme, pokud je zapojíme v tzv. **Helmholtzově uspořádání**. Toto zapojení je specifické tím, že nastavíme vzdálenost cívek protékajících souhlasným proudem jako $a = 2R$. Intenzita magnetického pole v tomto zapojení uprostřed cívek je

$$H_H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R} \quad (4)$$

Magnetickou intenzitu zjišťujeme pomocí detekční cívky, která je umístěna souose s měřenými cívkami a na níž se měří indukované napětí U , které je v následujícím vztahu s magnetickou intenzitou

$$H = kU = \frac{1}{\mu_0 \omega n S} U = \frac{1}{2\pi \mu_0 f n S} U, \quad (5)$$

kde μ_0 je permeabilita vakua (odpovídající permeabilitě vzduchu), $\omega = 2\pi f$ je úhlová frekvence proudu protékajícího cívkou, f je frekvence proudu, n je počet závitů a S je její (střední) průřez.

Pro magnetickou intenzitu na ose solenoidu platí následující vztah

$$H(a) = \frac{NI}{2L(r_2 - r_1)} \left[\left(\frac{L}{2} + a \right) \left(\log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{L}{2} + a\right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{L}{2} + a\right)^2}} \right) + \left(\frac{L}{2} - a \right) \left(\log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{L}{2} - a\right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{L}{2} - a\right)^2}} \right) \right], \quad (6)$$

kde r_1 je vnitřní a r_2 je vnější poloměr vinutí solenoidu, L je délka solenoidu, N je počet jeho závitů a I je jím tekoucí elektrický proud.

3 Měření

3.1 Chyba měření

Chybu měření počítám dle [2]. Celková chyba měření σ_f (pro veličinu f) je určena jako

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{stat}^2 + \sigma_{mer}^2}, \quad (7)$$

kde σ_{stat} je statistická chyba měření f a σ_{mer} je chyba měřidla (určená obvykle jako polovina nejmenšího dílku stupnice) použitého pro měření f .

Metoda přenosu chyb je pak pro veličinu vypočtenou z n jiných naměřených veličin x_i

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (8)$$

3.2 Podmínky měření

Cívky byly připojeny k síťovému zdroji napětí o frekvenci $f = 50$ Hz. Pro účely určení chyby beru dle [1] chybu této veličiny jako 1%, i když v současné době obvykle nedochází k takovým poklesům frekvence, pokud nedochází ke kolapsům sítě.

Vzhledem k tomu, že detekční cívka byla umístěna ve vzduchu, který má srovnatelnou permisivitu s permitivitou vakua, pak platí vzorec (5) ve tvaru, v jakém je napsán a k je pro měření se stejnou detekční cívkou stejné.

Pro grafické zpracování jsem použil program gnuplot, který používá na fitování funkcí metodu nejmenších čtverců.

3.3 Měření magnetické intenzity dvou sousých cívek podél jejich osy

Dle [1] jsou parametry obou magnetizačních cívek

$$R = 10,4 \text{ cm},$$

$$N = 100$$

a parametry detekční cívky jsou

$$r = 1,28 \text{ cm},$$

$$n = 1000.$$

Pro detekční cívku to pak odpovídá konstantě

$$k = (4920 \pm 50) \text{ AV}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

Tabulka 1: Měření magnetického pole na ose nesouhlasně zapojených cívek

$2a = 12$ cm		$2a = 16$ cm		$2a = 20$ cm	
x/cm	U/mV	x/cm	U/mV	x/cm	U/mV
-3	66,8	-5	93,1	-7	109
-2	46,7	-4	77,0	-6	96
-1	26,7	-3	59,7	-5	80,3
0	6,9	-2	40,6	-4	63,9
1	23,7	-1	21,3	-3	48,2
2	44,0	0	3,6	-2	33,3
3	63,9	1	20,7	-1	16,8
		2	40,0	0	3,3
		3	58,6	1	17,0
		4	76,4	2	32,6
		5	91,6	3	48,2
				4	64,0
				5	79,2
				6	93,8
				7	107

Cívky byly paralelně zapojené a celkový proud protékající obvodem jsem pravidelně kontroloval. Ten byl po celou dobu měření 3 A, což odpovídá proudu $I = 1,5$ A procházejícímu každou cívkou.

Pro měření napětí na detekční cívce jsem používal digitální voltmetr, který měl relativně nízkou chybu a daleko větší chyba určení napětí plyne z toho, že měřeného hodnota napětí není konstantní a pohybuje se v řádu, obvykle, desetín milivoltu. Jako chybu naměřeného napětí tedy беру 0,3 mV.

Přesnost určení polohy detekční cívky mezi magnetizačními cívkami беру jako 1 mm a chybu rozteče magnetizačních cívek naopak zanedbávám.

Naměřené hodnoty pro nesouhlasně zapojené cívky jsou v tabulce č. 1 a pro souhlasně zapojené cívky jsou v tab. č. 2. Graficky jsou pak zpracovány na obr. č. 1 a 2. Naměřené hodnoty jsem nafitoval na funkci 2, resp. 3 s volným parametrem $A = \frac{NIR^2}{2}$, ale tento fit očividně příliš dobře na naměřená data nesedí. Vzhledem k tomu, že teoretická hodnota podle parametrů dle [1] je $A = 0,81 \text{ Am}^2$ a nafitované hodnoty (s chybou fitu) jsou pro nesouhlasný směr $\bar{A}_{20} = (8,76 \pm 0,04) \text{ Am}^2$, $\bar{A}_{16} = (9,24 \pm 0,06) \text{ Am}^2$ a $\bar{A}_{12} = (10,0 \pm 0,3) \text{ Am}^2$ a pro souhlasný směr $A_{20} = (6,20 \pm 0,09) \text{ Am}^2$, $A_{16} = (6,47 \pm 0,05) \text{ Am}^2$ a $A_{12} = (6,94 \pm 0,02) \text{ Am}^2$, což vůbec neodpovídá. Jako nejpravděpodobnější verzi zdroje této chyby považuji to, že se používá v dnešní době nejspíše jiná detekční cívka než v době, kdy byla úloha sepsána. Na místě v praktiku ovšem byly hodnoty jenom pro detekční cívku v solenoidu. Je dokonce zajímavé i to, že A vychází jinak pro souhlasný a nesouhlasný směr, což je nejspíše dáno konečnými rozměry, jak detekční, tak magnetizačních cívek. Také je možné, že gnuplot již nemá dostatečně účinnou metodu na fitování takto složitých funkcí.

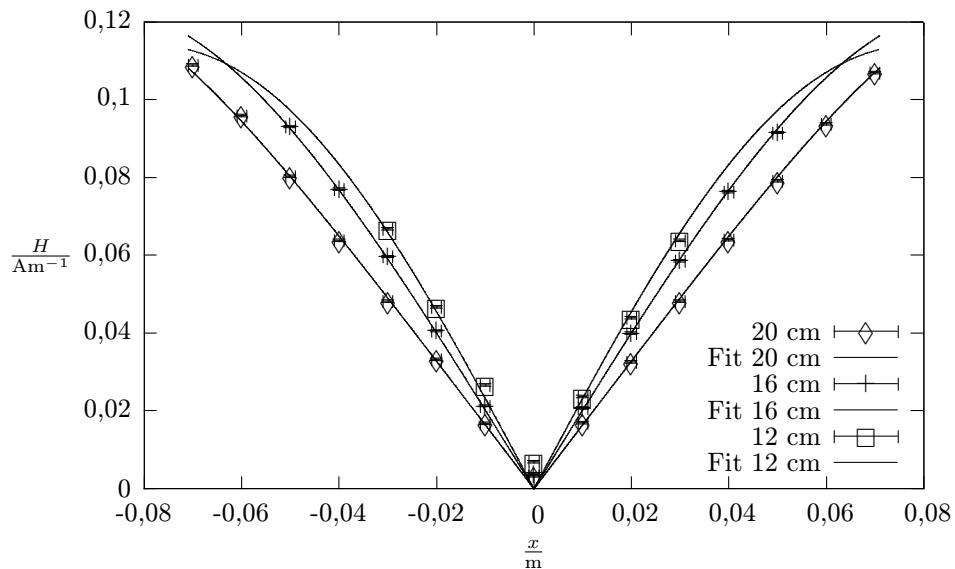
3.4 Měření magnetické intenzity na středu dvou sousých cívek

V této části měření jsem použil stejné cívky jako v předchozím bodě a měřil jsem závislost magnetické intenzity na středu mezi detekčními cívkami na jejich vzdálenosti d . Pro toto zapojení pak vychází

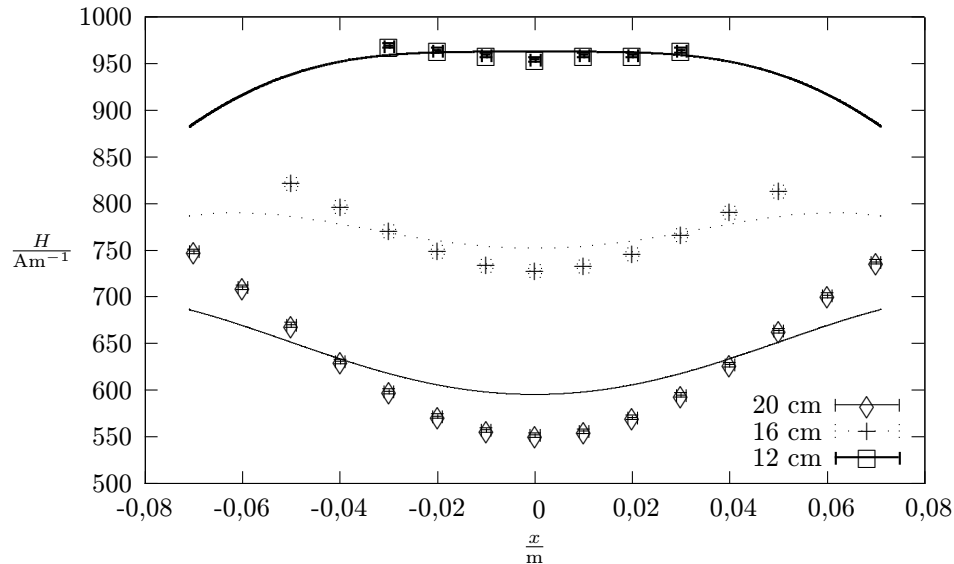
$$H(x) = NIR^2 \frac{1}{\left(R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\tilde{A}}{\left(R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (9)$$

Tabulka 2: Měření magnetického pole na ose souhlasně zapojených cívek

$2a = 12$ cm		$2a = 16$ cm		$2a = 20$ cm	
x/cm	U/mV	x/cm	U/mV	x/cm	U/mV
-3	197	-5	166,8	-7	152,2
-2	196	-4	161,8	-6	144,4
-1	195	-3	156,5	-5	136,2
0	194	-2	152,1	-4	128,2
1	195	-1	149,0	-3	121,7
2	195	0	147,9	-2	116,3
3	196	1	148,9	-1	113,3
		2	151,6	0	112,2
		3	155,7	1	113,0
		4	160,6	2	116,0
		5	165,2	3	120,9
				4	127,5
				5	134,9
				6	142,6
				7	149,9



Obrázek 1: Závislost magnetické intenzity na poloze mezi cívkami zapojenými nesouhlasně



Obrázek 2: Závislost magnetické intenzity na poloze mezi cívkami zapojenými souhlasně

Teoreticky pak podle hodnot ze studijního textu má být $\tilde{A} = 1,62 \text{ Am}^2$. Data jsem tedy pracoval zase pomocí programu gnuplot. Tento graf je označen jako obr. č. 3. V tomto případě jsem vyzkoušel dva různé fity - volné \tilde{A} a pak volné \tilde{A} i R . V prvním případě vyšlo $\tilde{A}_1 = (13,6 \pm 0,3) \text{ Am}^2$ a v druhém $\tilde{A}_2 = (9,1 \pm 0,1) \text{ Am}^2$ a $R_2 = (7,80 \pm 0,01) \text{ cm}$. Nejlépe tedy odpovídají o něco menší rozměry cívky, než jsou uvedeny v textu. A funkce opravdu na data sedí o dost lépe než ta vytvořená pouze fitováním pouhého \tilde{A} , kdy předpokládáme, že rozměry velkých cívek jsou udány relativně přesně. To ukazuje na to, že nejspíše jsou udány rozměry obou cívek špatně. Protože kdyby se dalo fitovat pouze přes \tilde{A} s dobrým výsledkem, pak je udána špatně detekční cívka, ale očividně to nestačí. Ovšem také mohou být porušeny podmínky, za kterých rovnice v teorii platí - délky cívek jsou příliš velké. V tomto případě ale již funkce vypadá relativně jednoduše a gnuplot by ji téměř jistě měl nafitovat i pomocí metody nejmenších čtverců, takže v tomto případě bych druhý fit bral jako relativně blízký skutečné hodnotě.

3.5 Helmholtzovo uspořádání

Opět byly využity stejné cívky jako v předchozích dvou měřeních. Helmholtzovo uspořádání cívek je situace, kdy jsou cívky ve vzdálenosti 20,8 cm, tedy dvojnásobek poloměru cívky. V tomto případě je teoretická hodnota magnetické intenzity na středu mezi cívkami $H_H = 1030 \text{ Am}^{-1}$. Reálně byla naměřena hodnota $H_H = k \cdot 106,3 \text{ mV} = (523 \pm 5) \text{ Am}^{-1}$.

Naměřené hodnoty pro Helmholtzovo zapojení jsou v tabulce č. 4 a grafu č. 4. Naměřené hodnoty nelze zase zcela přesně nafitovat.

Z hlediska homogenity pole se rozhodně nejedná o homogenní pole v celém intervalu, ale v rámci oblasti kolem středu mezi magnetizačními cívkami můžeme pole považovat za relativně homogenní.

3.6 Měření magnetické intenzity na ose solenoidu

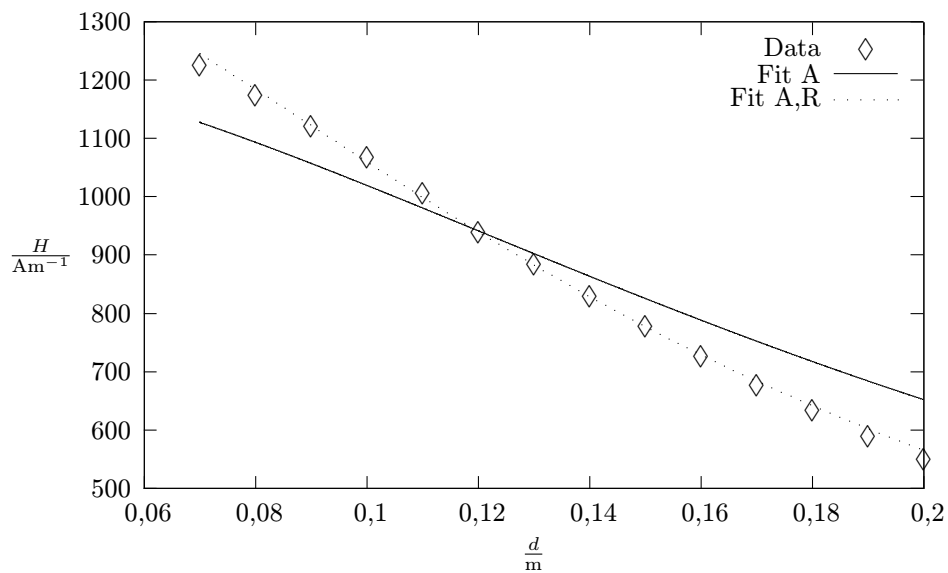
Při měření solenoidu byla použita detekční cívka s parametry

$$n = 370,$$

$$r = 10,4 \text{ mm},$$

Tabulka 3: Měření závislosti magnetické intenzity uprostřed mezi cívkami na vzdálenosti magnetizačních cívek

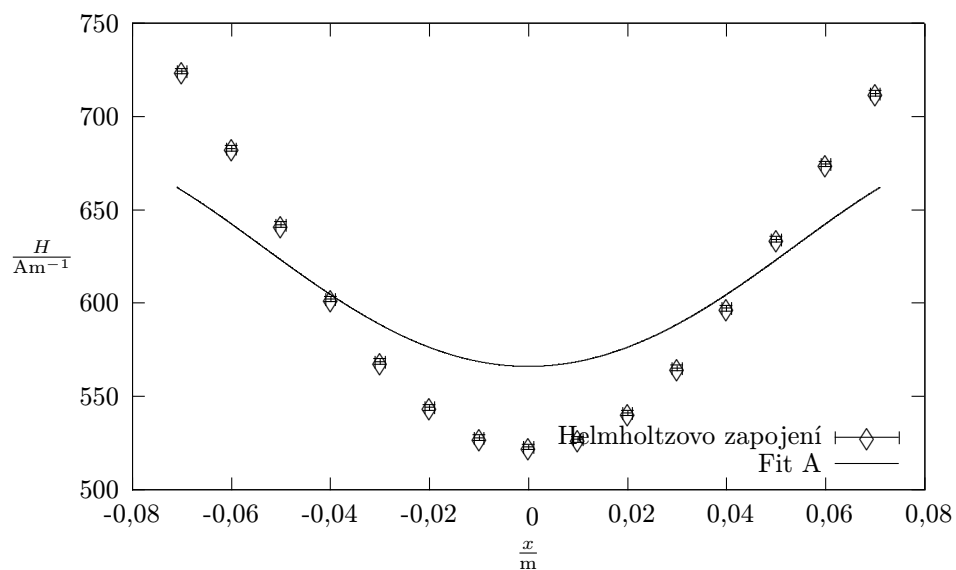
d/cm	U/mV
7	250
8	239,5
9	228,6
10	217,8
11	205,4
12	191,7
13	180,4
14	169,3
15	158,7
16	148,4
17	138,5
18	129,4
19	120,6
20	112,6



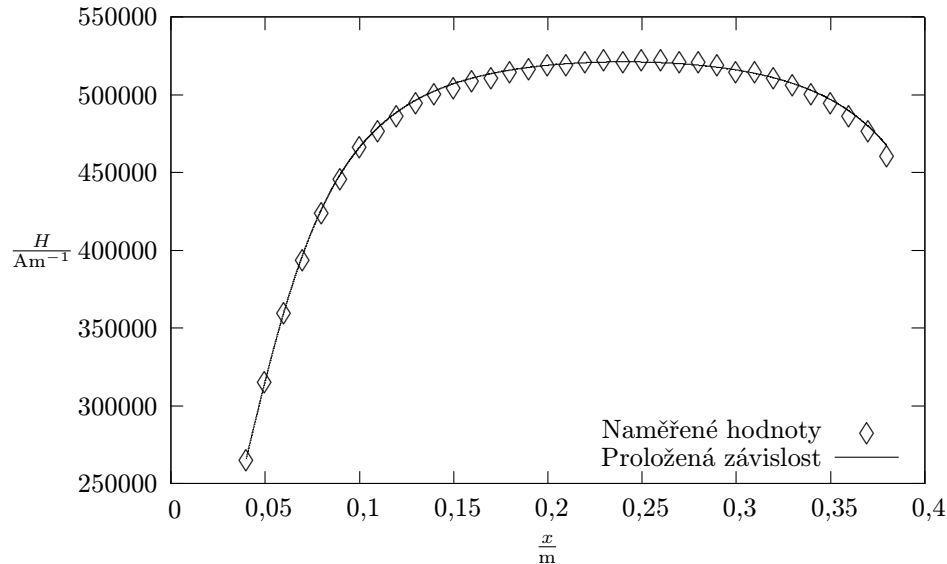
Obrázek 3: Závislost magnetické intenzity na poloze mezi cívkami zapojenými souhlasně

Tabulka 4: Měření homogenity magnetického pole v Helmholtzově uspořádání cívek

x/cm	U/mV
-7	147,2
-6	138,8
-5	130,5
-4	122,4
-3	115,6
-2	110,6
-1	107,3
0	106,3
1	107,1
2	110,0
3	114,9
4	121,4
5	128,9
6	137,1
7	144,8



Obrázek 4: Závislost magnetické intenzity v Helmholtzově uspořádání na poloze mezi cívkami zapojenými souhlasně



Obrázek 5: Závislost magnetické intenzity na poloze detekční cívky uvnitř v solenoidu

což odpovídá konstantě úměrnosti $k' = (2,01 \pm 0,02) \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

Solenoid má parametry (počet závitů, délku, vnější a vnitřní průměr, protékající proud)

$$N = 4204,$$

$$L = 40,0 \text{ cm},$$

$$r_2 = 70 \text{ mm},$$

$$r_1 = 40 \text{ mm},$$

$$I = 0,1 \text{ A}.$$

Naměřené hodnoty jsou v tabulce č. 5. Graficky zpracované naměřené hodnoty s proložením jsou v grafu na obr. č. 5. Fitování probíhalo přes konstanty $C = \frac{NI}{2L(r_2 - r_1)}$ a S , což je poloha středu cívky. Teoretická hodnota první konstanty je $C_t = (17,5 \pm 0,2) \text{ Am}^{-2}$. Nicméně naměřené hodnoty jsou zhruba 515 krát vyšší. Odhaduji, že to je způsobeno chybným určením parametrů cívky. Střed cívky v mém zvoleném systému (délka vysunutá tyčka, na které je umístěna detekční cívka) byla dle fitu $S = (24,0 \pm 0,1) \text{ cm}$. Závislost ovšem v tomto případě odpovídá fitu velice dobře, což jenom ukazuje na to, že nejpravděpodobnější zdroj chyby jsou špatně opsané parametry cívky.

4 Diskuse

V měření jsem zanedbal rozměry detekční cívky a rozměry magnetizačních cívek, což se na měření projevilo například tím, že jsem naměřil, byť relativně malé, napětí na detekční cívce, i když byla v poloze, kde by magnetické pole mělo být nulové.

Zohlednil jsem chybu určení polohy detekční cívky. Chyba také mohla nastat při určování rozestupu dvou magnetizačních cívek, kterou jsem zanedbal. Je také možné, že nejsou značky na liště umístěné přesně ve středu cívek, což by systematicky také ovlivnilo měření.

Také jsem zanedbal možnost toho, že detekční cívka a magnetizační cívky, resp. solenoid nebyly umístěny zcela v jedné ose.

Tabulka 5: Měření magnetické intenzity na ose solenoidu

x/cm	U/mV
4	132
5	157
6	179
7	196
8	211
9	222
10	232
11	237
12	242
13	246
14	249
15	251
16	253
17	254
18	256
19	257
20	258
21	258
22	259
23	260
24	259
25	260
26	260
27	259
28	259
29	258
30	256
31	256
32	254
33	252
34	249
35	246
36	242
37	237
38	229

Také jsem zanedbal možné vlivy okolního prostředí - přítomnost magnetických látek v blízkosti měřených cívek, což by také teoreticky mohlo ovlivnit měření.

Zanedbal jsem také možné změny v tvorbě magnetického pole v průběhu měření, které by teoreticky mohly nastat tím, že by obvodem tekla nestabilní proud, ale vzhledem k tomu, že jsem kontroloval úroveň proudu v obvodu, tak bylo toto zanedbání nejspíš oprávněné.

Naměřené hodnoty nekorespondují s teoretickými předpověďmi, ale to je nejpravděpodobněji způsobeno tím, že byly špatně určeny parametry cívek, resp. zejména detekčních cívek.

5 Závěr

Proměřil jsem magnetické pole dvou souosých magnetizačních cívek pomocí detekční cívky podél jejich osy symetrie. Naměřené hodnoty nekorespondují s teoretickými hodnotami pro cívky uvedení ve studijním textu. Výsledky jsem se pokusil zpracovat co nejlépe, jak početně, tak graficky. Provedl jsem proměření magnetického pole na ose solenoidu a graficky jsem ho zpracoval.

6 Literatura

- [1] *R. Bakule, J. Šternberk:*
Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus
UK Praha, 1989
- [2] *J. English:*
Úvod do praktické fyziky I
Matfyzpress, Praha 2006
- [3] *J. Brož a kol.:*
Základy fyzikálních měření
SNTL Praha, 1983