

## 1 Pracovní úkoly

1. Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívku. Měření proveďte pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10). Maximální povolený proud obvodem je 4 A.
2. Výsledky měření znázorněte graficky.
3. Diskutujte výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona.
4. Změřte direkční moment vlákna metodou torzních kmitů.
5. Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách).

## 2 Teoretický úvod

Umístíme-li magnetický dipól do magnetického pole o intenzitě  $\vec{H}$ , působí silový moment

$$M = pH \sin \vartheta, \quad (1)$$

kde  $p$  je magnetický moment dipólu a  $\vartheta$  je úhel, který svírá osa dipólu s vektorem intenzity magnetického pole  $\vec{H}$ . V experimentálním uspořádání můžeme zařídit, aby se  $\vartheta$  lišilo jenom málo od  $\frac{\pi}{2}$ , pak platí  $\sin \vartheta \approx 1$  a stačí použít tvar

$$M = pH \quad (2)$$

Pro silový moment způsobený stočením vlákna platí

$$M = D\alpha, \quad (3)$$

kde  $D$  je direkční moment a  $\alpha$  je úhel, o který se vlákno stočilo vůči klidové poloze.

Pokud provádíme měření v ustálené poloze, pak platí rovnost mezi těmito momenty a tedy vztah

$$H = \alpha \frac{D}{p}. \quad (4)$$

Z Biotova-Savartova zákona pro magnetickou intenzitu uprostřed kruhové cívky s vnitřním poloměrem  $r$  a počtu závitů  $N$  protékané proudem  $I$  platí vztah

$$H = \frac{NI}{2r}. \quad (5)$$

Porovnáním vztahů (4) a (5) dostáváme pro proud  $I$  vztah

$$I = \frac{2rD\alpha}{Np} \quad (6)$$

Direkční moment vlákna můžeme určit z periody kmitů  $T$  tělesa o známém momentu setrvačnosti  $J$  zavěšeného na vlákně za použití vztahu

$$D = \frac{4\pi^2 J}{T^2} \quad (7)$$

Pro zrcátkovou metodu měření pak využijeme vztah pro určení úhlu otočení  $\alpha$  pomocí výchylky  $x$  na měřidle vzdáleném  $l$  od magnetu

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{l}. \quad (8)$$

Moment setrvačnosti tyče vůči ose procházející jejím těžištěm kolmém na ni je

Tabulka 1: Měření direkčního momentu závěsu pomocí doby kmitu

$10 T/s$
40,35
40,18
40,47

Tabulka 2: Průměry použitých cívek

$d_1/cm$	$d_2/cm$
20,3	40,5
20,3	41,0
20,6	40,0
20,4	40,4
20,4	39,8
20,6	40,8

$$J = \frac{1}{12} m d^2, \quad (9)$$

kde  $m$  je hmotnost tyče a  $d$  je její délka. V našem případě má tyč dle [1] moment setrvačnosti  $J = 2,72 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ .

Vztah mezi jednotkami pro magnetickou intenzitu je

$$\text{A} \cdot \text{m} = \frac{\text{Wb}}{\mu_0} \quad (10)$$

### 3 Měření

Nejprve bylo provedeno měření torzního momentu vlákna za pomoci torzních kmitů, kdy byla v aparatuře umístěna tyč s momentem setrvačnosti  $J = 2,72 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$  vůči ose kmitu. Ostatní části aparatury účastníci se kmitů měly méně než stokrát menší moment setrvačnosti a tedy zanedbatelně malý. Změřeno bylo vždy 10 dob kmitu. Naměřené doby kmitu jsou uvedeny v tabulce č. 1. S uvážením, že moje reakční doba vytvoří systematickou chybu měření zhruba 0,3 s a započtením směrodatné odchylky pak je doba jednoho kmitu

$$T = (4,03 \pm 0,03) \text{ s.}$$

Tomu odpovídá direkční moment

$$D = (6,60 \pm 0,11) \cdot 10^{-4} \text{ N m.}$$

Poté jsem změřil průměry cívek na několika různých místech. Chybu měřidla beru jako 1 mm, protože nejmenší dílek stupnice byl právě 1 mm a šířka drátu, ze kterého je cívka je řádově také 1 mm. Naměřené hodnoty jsou v tabulce č. 2. Výsledné poloměry cívek pak po vypočtení chyby měření jsou

$$r_1 = (10,22 \pm 0,08) \text{ cm,}$$

$$r_2 = (20,21 \pm 0,21) \text{ cm.}$$

Vzdálenost stínítka od zrcátka jsem naměřil pomocí měřícího pásma jako

Tabulka 3: Naměřené výchylky na stupnici a odpovídající úhlové výchylky - menší cívka

$I/A$	$I_{\max}/A$	$y_0/cm$	$\alpha_0/rad$	$y_1/cm$	$\alpha_1/rad$	$y_2/cm$	$\alpha_2/rad$
4	7,5	14,3	0,114	5,7	0,058	20,1	0,116
3,5	7,5	10,4	0,098	3,9	0,051	16,6	0,102
3	3	7,4	0,086	2,2	0,044	12,9	0,087
2,5	3	4,0	0,073	0,4	0,036	9,3	0,073
2	3	0,5	0,059	-1,4	0,029	5,8	0,059
1,5	1,5	-3,0	0,045	-3,2	0,022	2,3	0,045
1	1,5	-6,7	0,029	-5,1	0,014	-1,3	0,030
0,5	0,75	-10,3	0,015	-7,2	0,005	-4,9	0,015
0	0	-13,9	0,000	-8,5	0,000	-8,6	0,000

Tabulka 4: Naměřené výchylky na stupnici a odpovídající úhlové výchylky - větší cívka

$I/A$	$I_{\max}/A$	$y_3/cm$	$\alpha_3/rad$	$y_4/cm$	$\alpha_4/rad$
4	7,5	-1,4	0,030	5,9	0,060
3,5	7,5	-2,3	0,026	4,0	0,052
3	3	-3,3	0,022	2,3	0,045
2,5	3	-4,1	0,019	0,5	0,038
2	3	-5,0	0,015	-1,4	0,030
1,5	1,5	-5,9	0,011	-3,2	0,023
1	1,5	-6,9	0,007	-5,0	0,015
0,5	0,75	-7,9	0,003	-6,8	0,008
0	0	-8,7	0,000	-8,7	0,000

$$l = (122,0 \pm 0,5) \text{ cm}$$

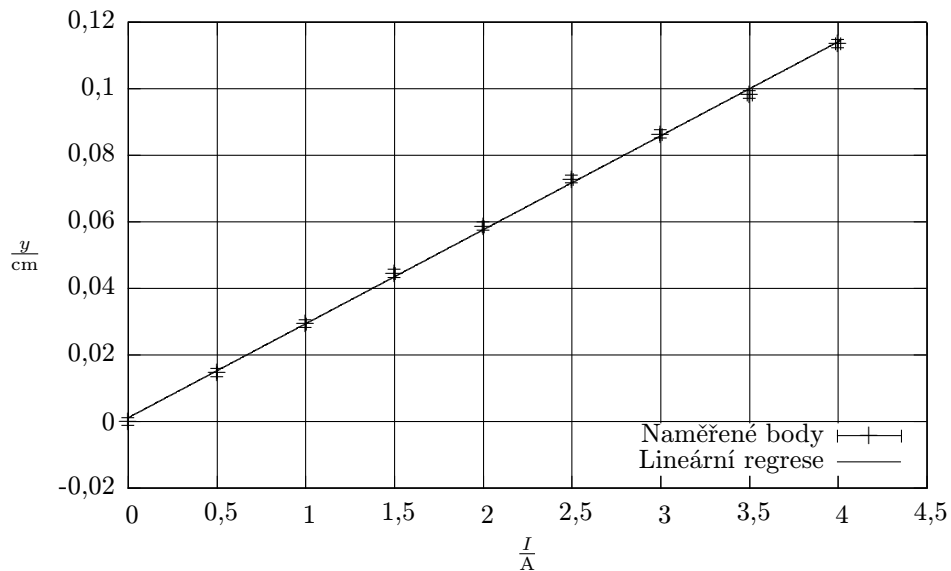
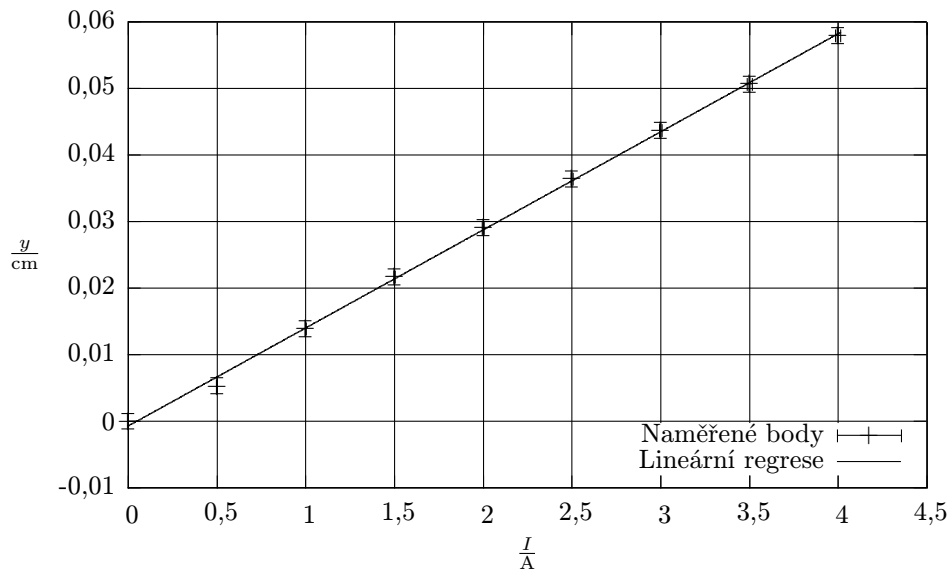
Pro měření proudu byl využit ampérmetr s třídou přesnosti 0,2 a s rozsahy 0,75 A, 1,5 A, 3 A a 7,5 A.

Dále byly měřeny výchylky na stupnici v závislosti na procházejícím proudu cívku. Naměřená data jsou v tabulkách č. 3 a 4. Výchylky jsou označeny  $y_i$  (ve výpočtu úhlové odchylky se pak používá rozdíl aktuální a nulové hodnoty) a úhlové odchylky  $\alpha_i$ . Index 0 patří k prvnímu měření menší cívky zapojené na 10 závitů, 1 k měření menší cívky na 5 závitů, 2 k měření menší cívky na 10 závitů, 3 je větší cívka na 5 závitů a 4 je větší na 10 závitů. Lineární regrese těchto dat je pak v grafech na obr. č. 1, 2, 3, 4 a 5. Proložení dat bylo provedeno pomocí programu gnuplot, který používá metodu nejmenších čtverců. Fitovaná lineární funkce měla tvar  $\alpha_i(I_i) = AI_i + B$ . Hodnoty  $B$  byly u výsledných regresí řádově malé, což potvrzuje, že jsme mohli vzít hodnotu na stínítku při aktuálním proudu a odečíst od ní hodnotu na stínítku při nulovém proudu a získat tak absolutní výchylku na stupnici a můžeme využít, že

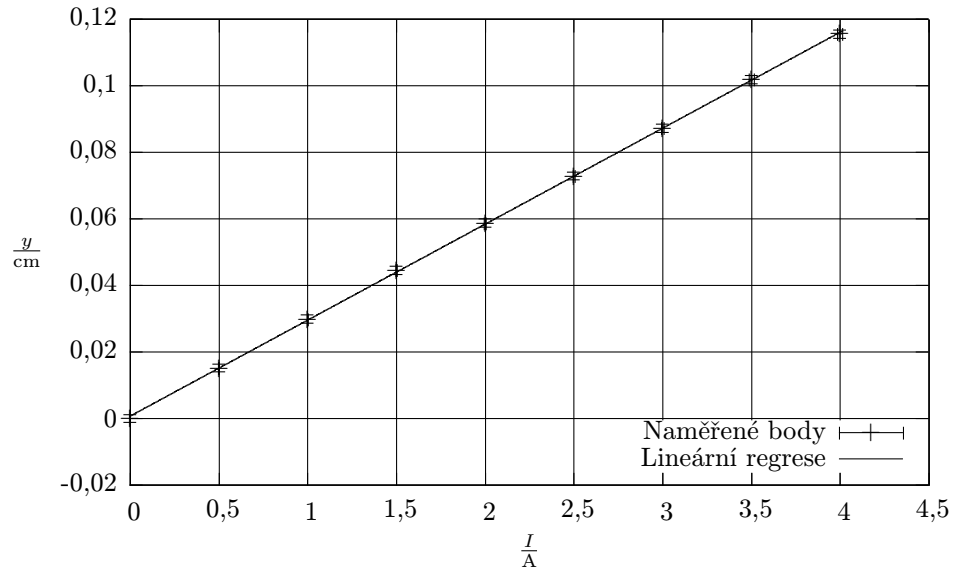
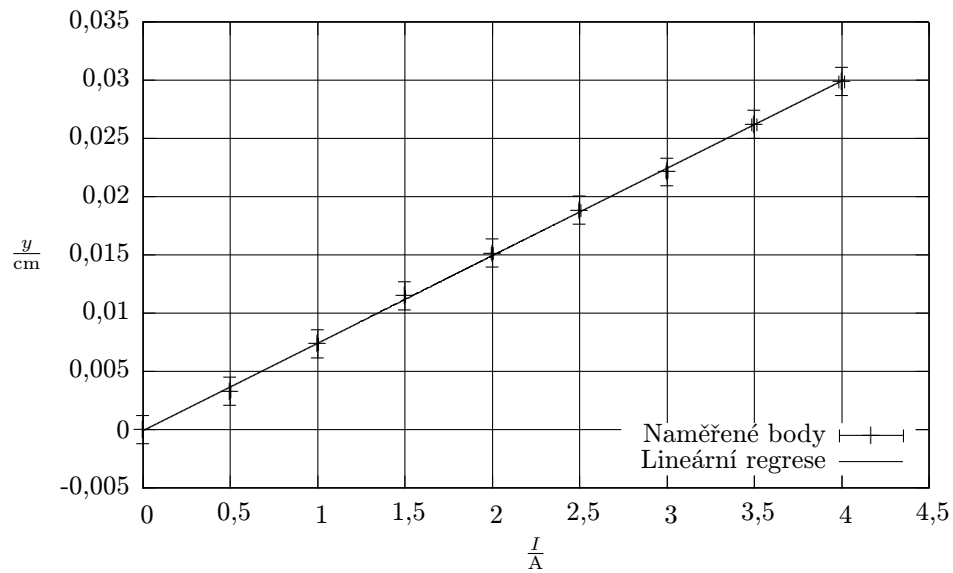
$$\alpha = \frac{Np}{2rD}I = AI. \quad (11)$$

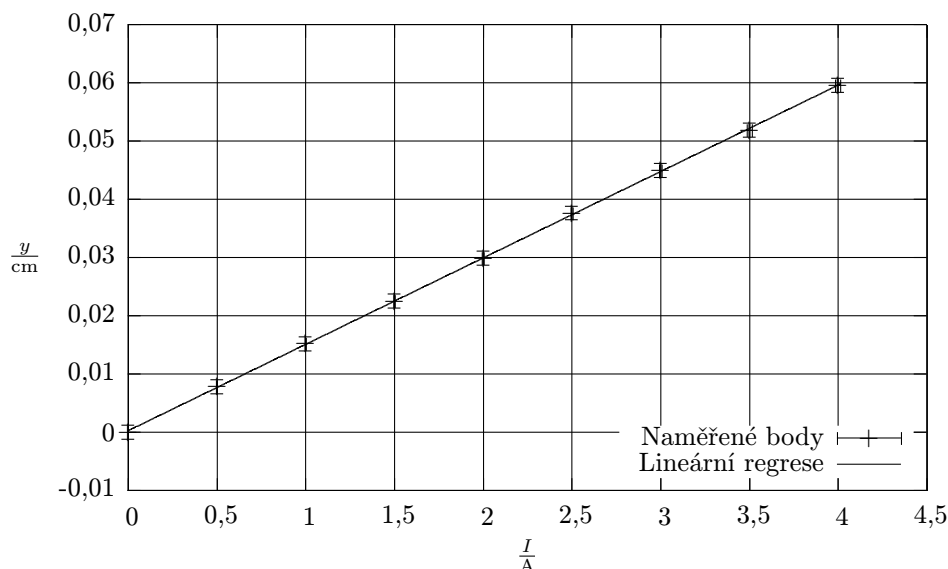
Hodnoty  $A$  získané z lineárních regresí jsou v tabulce č. 5.

Měření s menší cívku je více, protože v průběhu měření s menší cívku zapojenou na 5 závitů došlo k nechtěnému posunutí aparatury, takže jsem jednoduše vyřadil tato data, ale pro zapojení s 10 závity jsem je ponechal a pak jsem znovu změnil obě zapojení. Protože je vzdálenost dipólu od stínítka dostatečně velká, tak můžeme zanedbat, že 0 se neshoduje s 0 na stínítku vzhledem k tomu, že stínítko bylo umístěno dostatečně kolmo na spojnici stínítka a dipólu.

Obrázek 1: Závislost úhlové výchylky  $\alpha_0$  na magnetizačním proudem  $I$ Obrázek 2: Závislost úhlové výchylky  $\alpha_1$  na magnetizačním proudem  $I$ Tabulka 5: Výsledky lineární regrese pro jednotlivá uspořádání  $i$ 

$i$	$A/I^{-1}$	$\sigma_A/I^{-1}$
0	0,0282	0,0003
1	0,0147	0,0002
2	0,0288	0,0001
3	0,0075	0,0001
4	0,0148	0,0001

Obrázek 3: Závislost úhlové výchylky  $\alpha_2$  na magnetizačním proudem  $I$ Obrázek 4: Závislost úhlové výchylky  $\alpha_3$  na magnetizačním proudem  $I$

Obrázek 5: Závislost úhlové výchylky  $\alpha_4$  na magnetizačním proudem  $I$ 

Tabulka 6: Velikosti dipólu určené jednotlivými měřeními

i	$p/(10^{-7}\text{Wb m}^{-1})$	$\tilde{p}/(\text{A m}^{-2})$
0	3,81 ± 0,08	0,303 ± 0,006
1	3,97 ± 0,08	0,316 ± 0,007
2	3,89 ± 0,07	0,310 ± 0,006
3	4,00 ± 0,08	0,319 ± 0,006
4	3,96 ± 0,07	0,315 ± 0,006

Výsledné hodnoty velikosti dipólu určené s koeficientů  $A$  u jednotlivých měření jsou uvedeny v tabulce 6. Jako  $p$  je označena veličina v Coulombových jednotkách a  $\tilde{p}$  je v Ampérových jednotkách.

## 4 Diskuse

Provedli jsme zanedbání  $\sin \alpha \approx \alpha$ , což bylo oprávněné, protože v oblasti úhlů, kde probíhalo měření zde vznikla řádově menší chyba než chyba z určení směrnice nebo rozměrů cívky.

Ověřili jsme, že je výchylka dipólu závislosti na proudem procházejícím magnetizační cívku lineární, a tedy že platí Bio-Savartův zákon. Také jsme ověřili to, že magnetická intenzita závisí lineárně na počtu závitů cívky zapojené v obvodu a na jejím rozměru naopak nepřímo úměrně.

Při změně magnetizačního proudem procházejícího cívku vždy došlo k tomu, že se závěs s dipólem rozkmital a i když bylo použito tlumení, tak při odečítání jednotlivých hodnot mohla vzniknout chyba nepřesným odečtením, protože relaxační doba kmitů byla relativně dlouhá (v řádu sekund).

## 5 Závěr

Změřil jsem směrný moment vlákna metodou torzních kmitů. Změřil jsem závislost výchylky magnetometru na proud protékající cívkou pro obě cívky a pro různé počty závitů. Výsledky z těchto měření jsem graficky znázornil a provedl jsem lineární regresi. Ověřil jsem platnost Biot-Savartova zákona a určil jsem hodnotu velikosti magnetického momentu dipólu (viz. tabulka 6).

## 6 Literatura

- [1] *R. Bakule, J. Šternberk:*  
**Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus**  
UK Praha, 1989
- [2] *J. English:*  
**Úvod do praktické fyziky I**  
Matfyzpress, Praha 2006
- [3] *J. Brož a kol.:*  
**Základy fyzikálních měření**  
SNTL Praha, 1983