

Obrázek 1: Schema čtyřbodového zapojení (převzato z [1])

1 Pracovní úkoly

1. Změřte průměry šesti drátů na pracovní desce.
2. Změřte odpor šesti drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem Metra - MTW. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření.
3. Změřte odpory ve čtyřbodovém zapojení pomocí přístroje Keithley 2010.
4. Stanovte měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

2 Teoretický úvod

Měření malých odporů je specifickým úkolem a zásadně se liší od měření velkých odporů. Úkolem tohoto praktika je porovnat vhodnost metod pro měření odporů řádově kolem $1\ \Omega$. Jednou metodou je přímé měření odporu ve čtyřbodovém zapojení. Schema čtyřbodového zapojení je na obr. č. 1. Vnější svorky a, a' jsou proudové a vnitřní b, b' jsou napěťové. Vzhledem k tomu, že odpor voltmetru je o mnoho řádu vyšší než odpor měřené součástky, tak proud protékající voltmetrem je zanedbatelný a tedy i chyba, která by vznikla samotnou povahou měření. Čtyřbodové zapojení využijeme jednak u dále zmíněného Thomsonova můstku, ale také pro přímé měření pomocí přístroje Keithley 2010.

Dalším způsobem, jak měřit nízké odpory je využití můstkového zapojení. Na obr. č. 2 je Wheatstoneovo můstkové zapojení. Jedná se o jednoduchý můstek, který pokud je v rovnováze (pokud galvanometrem neteče proud), pak musí být splněna podmínka (viz. odvození v [1])

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4}, \quad (1)$$

kde R_1 je hledaný odpor a R_2, R_3 a R_4 jsou známé odpory.

Alternativním zapojením můstku může být Thomsonův můstek znázorněný na obr. č. 3, pro který dle odvození z [1] platí, pokud proud galvanometrem je nulový a $\frac{P}{p} = \frac{Q}{q}$

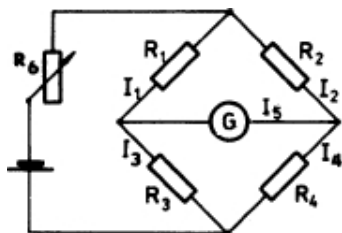
$$R_x = \frac{Q}{P} R_N, \quad (2)$$

kde R_x je hledaný odpor a R_N, p, P, q a Q jsou známé odpory.

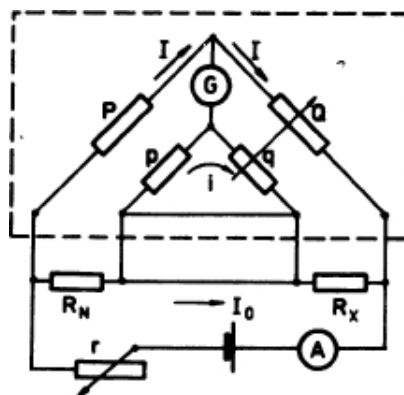
Cílem úlohy je určit měrný elektrický odpor vodičů, který je definován jako

$$\rho = \frac{RS}{l} = \frac{\pi d^2 R}{4l}, \quad (3)$$

kde R je odpor vodiče, l jeho délka a $S = \frac{\pi}{4} d^2$ jeho průřez a d jeho průměr, za předpokladu, že má vodič stálý průřez a je z homogenního materiálu.



Obrázek 2: Schema zapojení Wheatstoneova můstku (převzato z [1])



Obrázek 3: Schema zapojení Thomsonova můstku (převzato z [1])

3 Měření

3.1 Chyba měření

Chybu měření počítám dle [2]. Celková chyba měření σ_f (pro veličinu f) je určena jako

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{stat}^2 + \sigma_{mer}^2}, \quad (4)$$

kde σ_{stat} je statistická chyba měření f a σ_{mer} je chyba měřidla (určená obvykle jako polovina nejmenšího dílku stupnice) použitého pro měření f .

Metoda přenosu chyb je pak pro veličinu vypočtenou z n jiných naměřených veličin x_i

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (5)$$

3.2 Rozměry drátů

Změřil jsem délku každého drátu pomocí délkového pásma. Naměřená hodnota mezi ryskami, kde byly dráty upevněny k přívodním vodičům, byla u každého drátu stejná a to $l = (89,8 \pm 0,1)$ cm (chyba je určena jako jeden celý nejmenší dílek stupnice, protože je reálná možnost, že měřidlo nebylo zcela správně napnuté). Měření průměru drátu jsem na každém drátu opakovl šestkrát na různých místech a používal jsem přitom mikrometrické měřidlo s nejmenším dílkem 0,01 mm. Naměřené hodnoty pro jednotlivé dráty jsou v tabulce č. 1 společně s jejich středními hodnotami.

drát	$\frac{d_1}{\text{mm}}$	$\frac{d_2}{\text{mm}}$	$\frac{d_3}{\text{mm}}$	$\frac{d_4}{\text{mm}}$	$\frac{d_5}{\text{mm}}$	$\frac{d_6}{\text{mm}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{\sigma_d}{\text{mm}}$
wolfram	0,68	0,68	0,68	0,68	0,69	0,68	$0,682 \pm 0,006$	
měď	1,10	1,09	1,11	1,11	1,09	1,10	$1,100 \pm 0,010$	
konstantan	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	$0,350 \pm 0,005$	
železo	0,41	0,40	0,41	0,40	0,41	0,41	$0,407 \pm 0,007$	
mosaz	0,59	0,59	0,60	0,58	0,58	0,59	$0,588 \pm 0,008$	
chromnikl	0,99	1,00	0,99	1,01	0,99	1,00	$0,997 \pm 0,009$	

Tabulka 1: Naměřené průměry drátů

drát	$\frac{R_W}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_W}}{\Omega}$	$\frac{R_1}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_1}}{\Omega}$	$\frac{R_{kor}}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_{kor}}}{\Omega}$
wolfram	167,5	0,1	0,1675	0,0001	0,1414	0,0001
měď	43,9	0,1	0,0439	0,0001	0,0178	0,0001
konstantan	5000,0	1,0	5,0000	0,0010	4,9739	0,0010
železo	1502,9	0,2	1,5029	0,0002	1,4768	0,0002
mosaz	253,0	0,1	0,2530	0,0001	0,2269	0,0001
chromnikl	1207,2	0,2	1,2072	0,0002	1,1811	0,0002

Tabulka 2: Wheatstoneův můstek

3.3 Wheatstoneův můstek

Měření pomocí Wheatstoneova můstku zabudovaného v zařízení Metra MTW probíhalo s nastavením $R_3 = a = 1 \Omega$ a $R_4 = b = 1000 \Omega$. Hodnoty a a b nastavené na přístroji bereme jako přesné. Můstek se vyvažoval pomocí nastavení $R_2 = R_W$ na odporové dekádě zabudované v zařízení. Pro R_1 v tomto případě platí $R_1 = \frac{R_W}{1000}$. Na odporové dekádě šlo nastavit odpor po 0,1, 1, 10, 100 a 1000 Ω . Chyba odporové dekády na nejmenším rozsahu je 0,1% z naměřené hodnoty a u ostatních 0,02% z naměřené hodnoty.

Protože při této metodě se negativně na měření projevují odpory přívodních vodičů R_v , ale tento vliv se dá korigovat zjištěním této hodnoty a výpočtem korigované hodnoty $R_{kor} = R_1 - R_v$. Odpory přívodních vodičů jsem naměřil na můstku a jejich hodnota je $R_v = (0,0261 \pm 0,001) \Omega$. Správně určená hodnota odporu drátu je pak

$$R_{kor} = \frac{R_2 R_3}{R_4} - R_v. \quad (6)$$

Naměřené hodnoty R_W , přepočítané hodnoty R_1 a korigované hodnoty R_{kor} jsou v tabulce č. 2.

3.4 Thomsonův můstek

Thomsonův můstek byl realizován pomocí zařízení Metra MTW stejně jako předchozí měření Wheatstoneova můstku. Při měření na Thomsonově můstku byl využit velmi přesný odporový normál 0,1 Ω . Nastavení kolíků a a b na přístroji bylo takové, že oba byly nastaveny vždy na stejnou hodnotu a to 1000, nebo 100. Podle aktuálního nastavení jsem rovnou přepočítával naměřené hodnoty (vydělení 10000, nebo 1000) a zapisoval. Přepsané jsou v tabulce č. 3. Thomsonův můstek je díky způsobu zapojení přesnější než můstek Wheatstoneův, protože se neuplatní odpor přívodních vodičů.

drát	$\frac{R_X}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_X}}{\Omega}$
wolfram	0,1376	0,0001
měď	0,0165	0,0001
konstantan	4,8990	0,0008
železo	1,4760	0,0002
mosaz	0,2150	0,0001
chromnikl	1,1800	0,0002

Tabulka 3: Thomsonův můstek

drát	$\frac{R_{4b}}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_{4b}}}{\Omega}$	$\frac{R_{2b}}{\Omega}$	$\frac{\sigma_{R_{2b}}}{\Omega}$
wolfram	0,1371	0,0009	0,162	0,001
měď	0,0164	0,0009	0,022	0,001
konstantan	4,902	0,001	4,981	0,001
železo	1,473	0,001	1,540	0,001
mosaz	0,2210	0,0009	0,235	0,001
chromnikl	1,178	0,001	1,203	0,001

Tabulka 4: Keithley 2010

3.5 Přímé měření odporu - Keithley 2010

Nakonec bylo provedeno přímé měření odporu pomocí přístroje Keithley 2010, který má deklarovanou chybu 120 ppm z naměřené hodnoty a 90 ppm z rozsahu. Rozsah, na kterém bylo měření prováděno, byl $10\ \Omega$. Nejprve bylo provedeno měření pomocí čtyřbodového zapojení - viz. tabulka č. 4 - odpory takto určené jsou označeny R_{4b} . Tato metoda není zatížena chybou planoucí z nenulových odporů přírodních vodičů. To jsem také srovnal s dvoubodovým zapojením, které bylo také naměřeno a zaznamenáno v téže tabulce pod označením R_{2b} . Z naměřených hodnot je patrné, že při dvoubodovém zapojení byly naměřeny vyšší hodnoty, než při zapojení čtyřbodovém.

3.6 Rezistivita drátů

Z naměřených hodnot v předchozích bodech jsem vypočítal hodnoty rezistivit. Srovnání vypočítaných a tabelovaných hodnot je v tabulce č. 5. Hodnoty bez indexu jsou z tabulek [3]. Hodnoty vypočítané z korigované hodnoty odporu zjištěné pomocí Wheatstoneova můstku jsou indexovány W . Hodnoty pocházející od Thomsonova můstku mají index T a pro výpočet z měření pomocí Keithley 2010 jsou použity hodnoty ze čtyřbodového zapojení a indexovány K .

4 Diskuse

Při měření délky drátu jsem se mohl dopustit chyby tím, že jsem nesprávně napnul pásmové délkové měřidlo - je možné, že dráty byly o něco prohnutější, než pásmo, nebo naopak pásmo bylo o něco prohnutější než dráty. Při měření průměru drátu jsem vybíral místa měření relativně rovnoměrně po délce drátu, ale je možné, že v jiných místech měl drát jinou šířku. Také se mohlo do měření projevit to, že drát není dokonale válcový, ale má trochu jiný profil. Také mohl být drát mírně pokroucený.

drát	$\frac{\rho}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\rho_W}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\sigma_{\rho_W}}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\rho_T}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\sigma_{\rho_T}}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\rho_K}{\mu\Omega \cdot m}$	$\frac{\sigma_{\rho_K}}{\mu\Omega \cdot m}$
wolfram	0,05	0,0575	0,0011	0,0559	0,0010	0,0557	0,0011
měď	0,015	0,0188	0,0003	0,0175	0,0003	0,0174	0,0008
konstantan	0,5	0,533	0,015	0,525	0,015	0,525	0,015
železo	0,086	0,214	0,007	0,213	0,007	0,213	0,007
mosaz	0,07	0,0687	0,0020	0,0651	0,0019	0,0669	0,0020
chromnikl	1,1	1,026	0,019	1,025	0,019	1,023	0,018

Tabulka 5: Rezistivity drátů určené pomocí různých metod měření

Zanedbali jsme možné odpory vodičů propojujících prvky uvnitř můstku. Hodnoty a a b jsme brali jako přesné.

Při měření jsme zanedbali teplotní závislost elektrického odporu, která se mohla projevit jednak tím, že hodnoty jsou tabelovány na 20°C a jednak tím, že průchodem proudu skrz součástku s odporem se uvolňuje teplo a součástka se zahřívá.

Přese všechny zmíněné eventuality, kde mohla vzniknout chyba měření, se výsledky všech tří metod (po provedení korekci u Wheatstoneova můstku) shodují v rámci chyby měření, resp. jsou intervaly určené jejich chybami velice blízko sebe. Na druhou stranu se naměřené hodnoty liší ve většině případů od tabelovaných - což ale mohlo být způsobeno všemi již zmíněnými vlivy. Ale ještě větší vliv může mít chemické složení drátů - tj. úroveň koroze, příměsí, které se dostaly do drátu už při jeho tvorbě. Největší rozdíl nastává u železa, což je nejspíše právě tím, že do železa se přidávají různé příměsí a tabelovaná hodnota odpovídá relativně čistému železu.

5 Závěr

Změřil jsem průměry všech šesti drátů (jsou uvedeny v tabulce č. 1).

Změřil jsem odpory drátů pomocí Wheatstoneova a Thomsonova můstku a diskutoval jsem rozdíly mezi nimi (tabulky č. 2 a 3).

Naměřil jsem hodnoty odporu drátů pomocí multimetru Keithley 2010 (viz. tabulka č. 4).

Vypočítal jsem hodnoty rezistivity odpovídající naměřeným hodnotám odporů a rozměrů drátů (viz tabulka č 5).

6 Literatura

- [1] *R. Bakule, J. Šternberk:*
Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus
UK Praha, 1989
- [2] *J. English:*
Úvod do praktické fyziky I
Matfyzpress, Praha 2006
- [3] *J. Mikulčák a spol.:*
Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce
Prometheus, Praha 2006