

## 1 Pracovní úkoly

1. Změřit metodou přímou závislost odporu vlákna žárovky na proudu, který jím protéká. K měření použijte stejnosměrné napětí v rozsahu do 24 V.
2. Změřte substituční metodou vnitřní odpor měřících přístrojů použitých v úkolu 1. Výsledek použijte k případné korekci naměřených hodnot odporů v úkolu 1.
3. Metodou substituční změřte závislost odporu vlákna žárovky na proudu od nejmenších proudů (0,2 mA) až do 25 mA. Porovnejte přesnost výsledků s přesností dosaženou v úkolu 1.
4. Výsledky zpracujte graficky a diskutujte vliv měřících přístrojů.
5. Stanovte odpor vlákna žárovky při pokojové teplotě. K extrapolaci odporu vlákna na pokojovou teplotu použijte graf závislosti odporu vlákna na příkonu žárovky (do grafu vyznačte chybu měření).

## 2 Teoretický úvod

Pro měření odporu můžeme použít například metodu přímého měření nebo metodu substituční.

Metoda přímého měření využívá měření pomocí voltmetru a ampérmetru. Schema zapojení je na obrázku č. 1. Jsou dvě možnosti zapojení - zapojení a) a zapojení b). V zapojení a) měříme správně proud procházející součástkou, ale voltmetr měří součet napětí na součástce + ampérmetru. Naopak v zapojení b) měříme správně napětí, ale proud, který měříme ampérmetrem je součet proudů procházejících součástkou a voltmetrem. Zapojení a) je tedy vhodné pro měření velkých odporů, protože odpor ampérmetru bývá malý a tedy zanedbatelný, pokud má součástka velký odpor. Naopak v pro měření malých odporů se více hodí zapojení b), protože měříme správně napětí na součástce a proud, který teče voltmetrem je obvykle zanedbatelný, protože voltmetr má relativně velký odpor. V případě zanedbání odporů měřících přístrojů pak můžeme vypočítat odpor součástky jako

$$R = \frac{U}{I}, \quad (1)$$

kde  $U$  je naměřené napětí a  $I$  je naměřený proud. V případě, že nemůžeme odpory měřících přístrojů zanedbat, pak můžeme použít vztah pro metodu a)

$$R = \frac{U}{I} - R_A, \quad (2)$$

kde  $R_A$  je odpor ampérmetru. Pro zapojení b) se dá naopak použít vztah

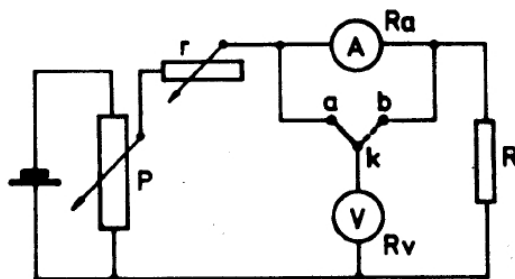
$$R = \left( \frac{I}{U} - \frac{1}{R_V} \right)^{-1} = \frac{R_V U}{R_V I - U}, \quad (3)$$

kde  $R_V$  je odpor voltmetru.

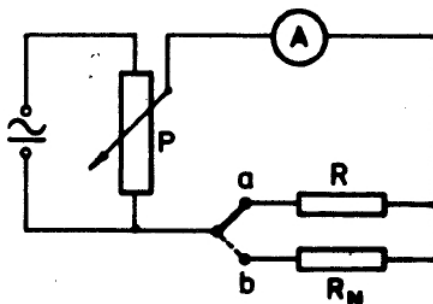
Substituční metoda je efektivní, jednoduchá a relativně přesná metoda měření odporu, protože pomocí známého odporu určujeme neznámý odpor. Známý odpor bývá většinou odporová dekáda. Schema zapojení je na obr. č. 2. Měření se realizuje tak, že si nastavíme proud tekoucí obvodem v zapojení a) na nějakou určitou hodnotu (máme připojenou měřenou součástku) a pak přepneme na obvod b), kde nastavíme takový odpor  $R_N$ , aby obvodem procházel stejný proud. Pak platí  $R = R_N$ .

Při malém příkonu nebude žárovka svítit a většina energie se odvede ve formě tepla. Pro příkon  $P$  pak platí

$$P = k(T - T_0), \quad (4)$$



Obrázek 1: Schema zapojení pro přímé měření odporu (převzato z [1])



Obrázek 2: Schema zapojení pro substituční metodu měření odporu (převzato z [1])

kde  $k$  je konstanta úměrnosti,  $T$  je teplota vlákna žárovky a  $T_0$  je teplota okolí (pokojová teplota). Pro malé rozsahy teplot okolo pokojové teploty můžeme uvažovat, že je odpor žárovky  $R$  lineárně závislý na teplotě a platí

$$R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0)), \quad (5)$$

kde  $R_0$  je odpor žárovky při teplotě  $T_0$  a  $\alpha$  je teplotní součinitel odporu žárovky. Ze vztahů 4 a 5 pak plyne

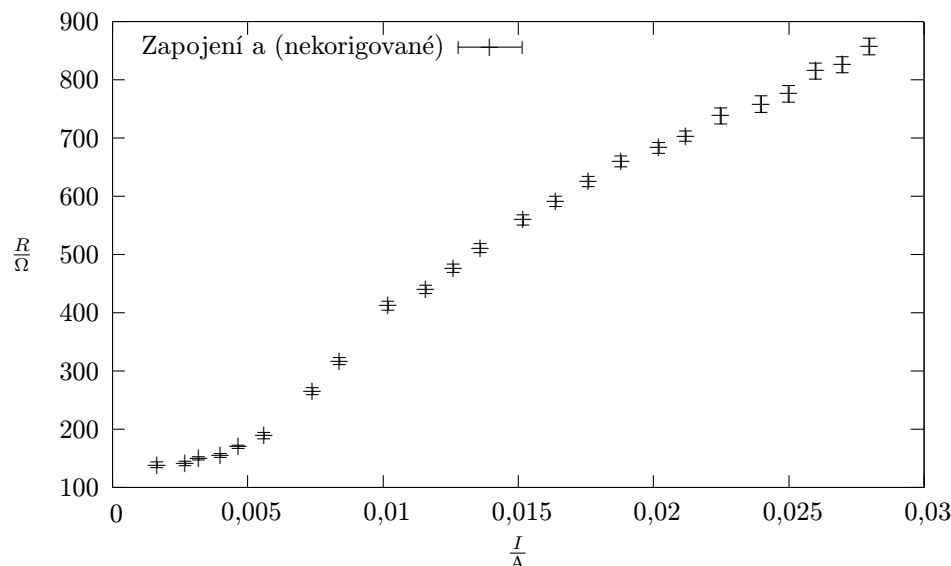
$$R = R_0 + \frac{R_0 \alpha}{k} P. \quad (6)$$

Odpor je tedy (v úzkém teplotním oboru) lineárně závislý na příkonu. Tento vztah pak již nelze použít pro vyšší příkony, kdy žárovka svítí a značná část energie odchází formou elektromagnetického záření černého tělesa.

Pro účely extrapolace hodnoty odporu na pokojovou teplotu si můžeme přeznačit rovnicí

$$R = R_0 + KP, \quad (7)$$

kde  $K = \frac{R_0 \alpha}{k}$  a provést lineární fit parametrů  $R_0$  a  $K$ .



Obrázek 3: Grafické znázornění naměřených hodnot přímou metodou v zapojení a) nekorigované

## 3 Měření

### 3.1 Chyba měření

Chyby počítám dle [2]. Výpočet chyby  $s_f$  veličiny  $f$  z  $n$  jiných naměřených veličin  $x_i$  je

$$s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2} \quad (8)$$

### 3.2 Přímé měření odporu

Přímou metodou jsem měřil v zapojení dle obrázku č. 1. Hodnoty naměření v zapojení a) jsou označeny indexem  $a$  (naměřené napětí na voltmetru je  $U_a$  a naměřený proud na ampérmetru  $I_a$ ) a jsou v tabulce č. 1. Hodnoty neměřené v zapojení b) mají v indexu  $b$  (naměřené napětí na voltmetru je  $U_b$  a naměřený proud na ampérmetru  $I_b$ ) a jsou v tabulce č. 2. První dva sloupceky obou tabulek tvoří informace o aktuálním nastavení maximálních rozsahů měřících přístrojů v při daném měření -  $U_{max}$  je nastavený rozsah voltmetru a  $I_{max}$  je maximální rozsah ampérmetru. V obou případech je určený odpor žárovky - jednak nekorigovaný  $R_a$  (resp.  $R_b$ ) a pak korigovaný  $R_{kor_a}$  (resp.  $R_{kor_b}$ ), ve kterém je započítán odpor měřící součástky (hodnoty odporů jsou použity z následujícího měření substituční metodou). Pro měření byl použit ampérmetr s třídou přesnosti 0,5 a voltmetr s třídou přesnosti 0,2. Stupnice ampérmetru byla rozdělena na 120 dílků a stupnice voltmetru na 150 dílků. Naměřené hodnoty uvedené v tabulkách jsou také graficky znázorněny v grafech č. 3, 4 a 5.

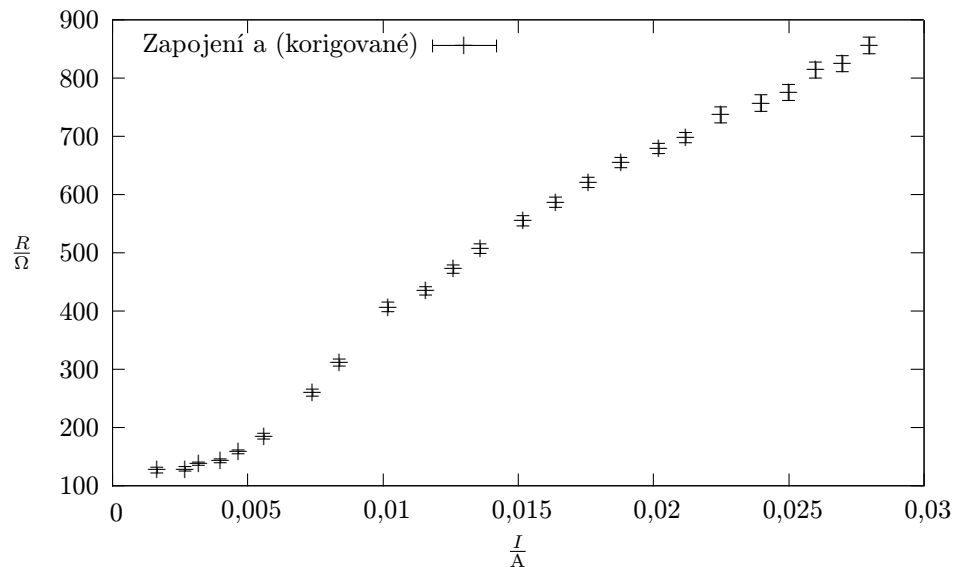
Z naměřených hodnot můžeme také vypočítat skutečné (korigované) napětí  $U_{a_{kor}}$  (resp. proud  $I_{b_{kor}}$ ) na žárovce v zapojení a) (resp. b)).

$$U_{a_{kor}} = U_a - R_A I_a$$

$$I_{b_{kor}} = I_b \frac{R_V}{R_V + R} = I_b + \frac{U_b}{R_V}$$

Tabulka 1: Naměřené hodnoty při metodě přímého měření odporu v zapojení a)

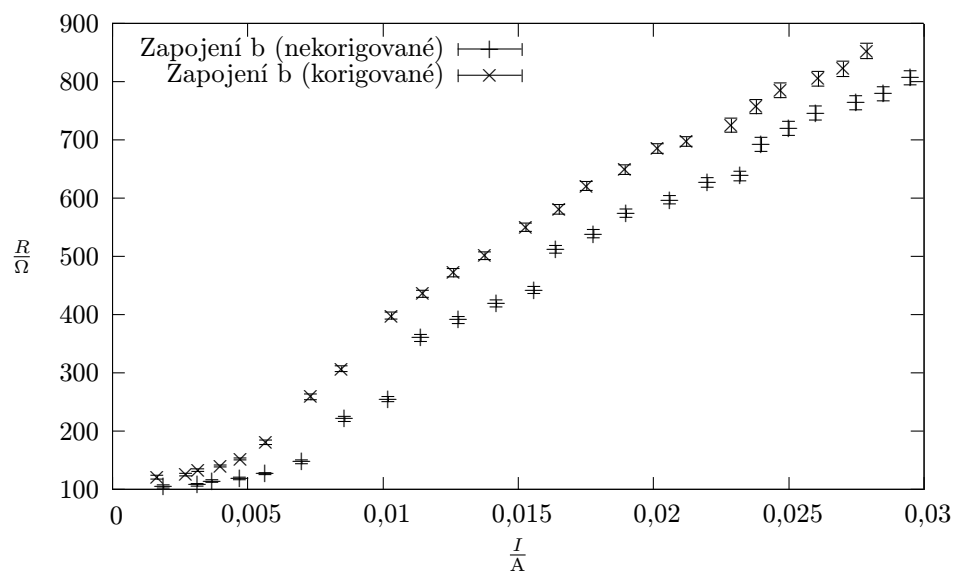
$U_{max}/V$	$I_{max}/A$	$U_a/V$	$I_a/A$	$U_{a_{kor}}/V$	$R_a/\Omega$	$s_{R_a}/\Omega$	$R_{kor_a}/\Omega$	$s_{R_{kor_a}}/\Omega$
1,5	0,01	0,23	0,00165	0,21	139	3	127	3
1,5	0,01	0,38	0,0027	0,35	141	2	129	2
1,5	0,01	0,48	0,0032	0,44	150	2	138	2
1,5	0,01	0,62	0,0040	0,57	155	2	143	2
1,5	0,01	0,79	0,00465	0,73	170	2	158	2
1,5	0,01	1,06	0,0056	1,04	189	5	185	5
3	0,02	1,96	0,0074	1,93	265	5	260	5
3	0,02	2,66	0,0084	2,62	317	6	312	6
7,5	0,05	4,2	0,0102	4,2	412	7	407	7
7,5	0,05	5,1	0,0116	5,0	440	7	435	7
7,5	0,05	6,0	0,0126	5,9	476	7	472	7
7,5	0,05	6,95	0,0136	6,9	511	7	507	7
15	0,1	8,5	0,0152	8,4	559	8	555	8
15	0,1	9,7	0,0164	9,6	591	8	587	8
15	0,1	11,0	0,0176	10,9	625	8	621	8
15	0,1	12,4	0,0188	12,3	660	8	655	8
15	0,1	13,8	0,0202	13,7	683	8	679	8
15	0,1	14,9	0,0212	14,8	703	9	698	9
30	0,2	16,6	0,0225	16,6	738	13	737	13
30	0,2	18,2	0,024	18,2	758	13	757	13
30	0,2	19,4	0,025	19,4	776	13	775	13
30	0,2	21,2	0,026	21,2	815	13	814	13
30	0,2	22,3	0,027	22,3	826	13	825	13
30	0,2	24,0	0,028	24,0	857	13	856	13



Obrázek 4: Grafické znázornění naměřených hodnot přímou metodou v zapojení a) korigované

Tabulka 2: Naměřené hodnoty při metodě přímého měření odporu v zapojení b)

$U_{max}/V$	$I_{max}/A$	$U_b/V$	$I_b/A$	$I_{b_{kor}}/A$	$R_b/\Omega$	$s_{R_b}/\Omega$	$R_{kor_b}/\Omega$	$s_{R_{kor_b}}/\Omega$
1,5	0,01	0,20	0,0019	0,00165	105	3	121	3
1,5	0,01	0,34	0,00315	0,00272	108	2	125	2
1,5	0,01	0,42	0,0037	0,00317	114	2	133	2
1,5	0,01	0,56	0,0047	0,00399	119	2	140	2
1,5	0,01	0,72	0,00565	0,00474	127	2	152	2
1,5	0,01	1,03	0,0070	0,0057	147	3	181	4
3	0,02	1,90	0,0086	0,0073	221	4	259	5
3	0,02	2,60	0,0102	0,0085	255	4	307	5
7,5	0,05	4,1	0,0114	0,0103	360	6	398	6
7,5	0,05	5,0	0,0128	0,0115	391	6	436	6
7,5	0,05	5,95	0,0142	0,0126	419	6	472	7
7,5	0,05	6,9	0,0156	0,0138	442	6	501	7
15	0,1	8,4	0,0164	0,0153	512	7	550	7
15	0,1	9,6	0,0178	0,0165	539	7	581	8
15	0,1	10,9	0,0190	0,0175	574	7	621	8
15	0,1	12,3	0,0206	0,0190	597	7	649	8
15	0,1	13,8	0,0220	0,0202	627	8	685	8
15	0,1	14,8	0,0232	0,0212	638	8	697	8
30	0,2	16,6	0,024	0,0229	692	12	725	12
30	0,2	18,0	0,025	0,0238	720	12	757	12
30	0,2	19,4	0,026	0,0247	746	12	785	13
30	0,2	21,0	0,0275	0,0261	764	12	805	13
30	0,2	22,2	0,0285	0,0270	779	12	822	13
30	0,2	23,8	0,0295	0,0279	807	12	853	13



Obrázek 5: Grafické znázornění naměřených hodnot přímou metodou v zapojení b) nekorigované (na nekorigovaném proudu) i korigované (na korigovaném proudu)

Tabulka 3: Naměřené odpory voltmetru substituční metodou

$U_{max}/V$	$R_V/\Omega$	$s_{R_V}/\Omega$
1,5	789	8
3	1494	15
7,5	3750	40
15	7470	80
30	14920	150

Tabulka 4: Naměřené odpory ampérmetru substituční metodou

$I_{max}/A$	$R_A/\Omega$	$s_{R_A}/\Omega$
0,006	12,10	0,16
0,024	4,40	0,11
0,06	1,20	0,10
0,24	0,50	0,10

Substituční metodou jsem určil odpor ampérmetru a voltmetru pro jejich různé rozsahy. Vzhledem k tomu, že přesnost odporové dekády je 1%, tak jsem chybu počítal jako 1% z naměřené hodnoty odporu a u malých naměřených odporů u ampérmetru jsem navíc uvažoval rozlišení nejméněšího dílku na odporové dekáde, který byl 0,1  $\Omega$ . Naměřené hodnoty odporu voltmetru  $R_V$  jsou v tabulce č. 3 a ampérmetru  $R_A$  v tabulce č. 4. Deklarovaný odpor popsany na voltmetru je  $500 \Omega V^{-1}$ , což perfektně sedí na naměřené hodnoty, kromě rozsahu 1,5 V, kdy se naměřená hodnota mimo určenou chybu.

Substituční metoda byla také použita na proměření závislosti odporu žárovky na protékajícím proudem. V tabulce č. 5 jsou naměřené hodnoty a graficky jsou znázorněny v obrázku grafu č. 6.

K extrapolaci odporu žárovky za pokojové teploty jsem použil 6 hodnot z obou měření přímou metodou (z každého zapojení), které byly naměřeny za nejnižšího napětí a proudu. Bral jsem vždy hodnoty korigované o odpory přístrojů. Extrapolace je graficky znázorněná na obrázku grafu č. 7.

Hodnoty vypočítané programem gnuplot při lineární regresi se zohledněním pouze statistické chyby vycházejí jako  $\bar{R}_0 = (118,7 \pm 1,4) \Omega$  a  $K = (10900 \pm 500) \Omega W^{-1}$ . Pokud zohledníme i chyby naměření jednotlivých bodů, pak docházíme k hodnotě  $R_0 = (119 \pm 6) \Omega$ .

## 4 Diskuse

Chyby měření mohly být způsobeny tím, že jsme zanedbávali odpory přívodních vodičů. Dalším vlivem je teplotní změna odporu součástek - při měření jsem sice čekal, než se hodnota na přístroji ustálí, ale je možné, že mohla nastat chyba měření právě kvůli tomuto jevu.

Pokud srovnáme korigované a nekorigované hodnoty, pak docházíme k závěru, že v případě našeho měření měly měřicí přístroje při některých měřeních velký vliv na naměřenou hodnotu. Ale po korekci vycházely hodnoty stejné v rámci chyby měření. Korekci na měřicí přístroje nemusíme uvažovat, v případě, že používáme zapojení a) a  $R_A \ll R$  a v případě, že používáme b), tak musí platit  $R_V \gg R$ . Zapojení a) je tedy vhodné pro měření velkých odporů, kdežto zapojení b) je vhodnější pro měření malých odporů.

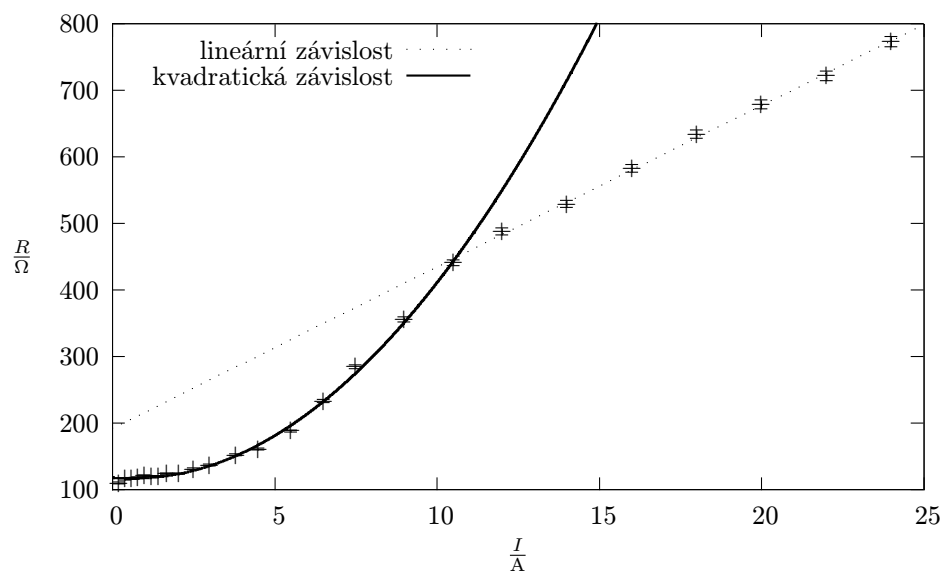
Pokud se podíváme na naměřené hodnoty odporu žárovky pomocí substituční metody, pak vidíme, že z těchto hodnot by extrapolovaná hodnota odporu žárovky při pokojové teplotě, byla jiná, než jakou jsme určili pomocí metody popsané v teorii. To bude nejspíše způsobeno systematickou chybou měření.

Závislost  $R$  na  $I$  je nejprve pro proudy zhruba do 10 mA kvadratická a poté přechází (v měřeném oboru) na závislost lineární.

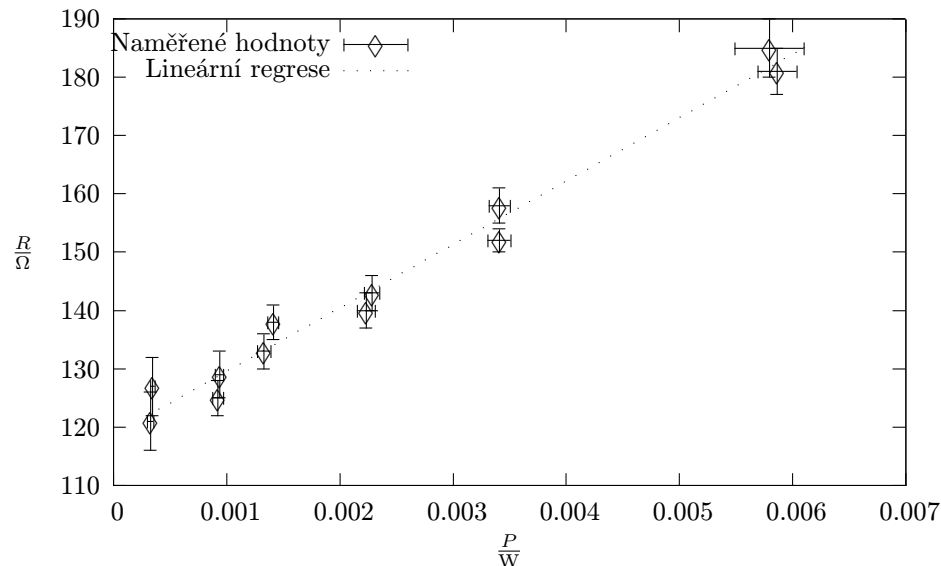
Další chyba měření se mohla objevit v důsledku toho, že ampérmetr registruje pouze změny,

Tabulka 5: Naměřené odpory žárovky v závislosti na proudu substituční metodou

$I/\text{mA}$	$R/\Omega$	$s_R/\Omega$
0,20	110	1
0,40	116	1
0,59	117	1
0,79	118	1
0,99	121	1
1,20	120	1
1,42	120	1
1,68	124	1
2,06	124	1
2,5	131	1
3,0	137	1
3,8	152	2
4,5	161	2
5,5	188	2
6,5	233	2
7,5	285	3
9,0	356	4
10,5	441	4
12,0	488	5
14,0	529	5
16,0	583	6
18,0	634	6
20,0	679	7
22,0	722	7
24,0	773	8



Obrázek 6: Graf závislosti odporu žárovky na procházejícím proudu - je vidět, že závislost nejprve dobře popisuje kvadratická závislost a posléze lineární závislost



Obrázek 7: Grafické znázornění extrapolace odporu žárovky na pokojovou teplotu

kteří mají určitou velikost a pokud někdy změníme nějaký parametr obvodu sice málo, ale teoreticky znatelně, pak se může stát, že ručička ampérmetru zůstane stát na místě.

## 5 Závěr

Změřil jsem odpor žárovky v závislosti na procházejícím proudu jak metodou přímou, tak metodou substituční. Výsledné hodnoty ukazují, že se tato závislost dá dobře popsat v oboru proudů do 10 mA kvadratickou funkcí, kdežto pro proudy vyšší se jedná o závislost prakticky lineární.

Pozoroval jsem také vliv přístrojů na měření - v případě přímého měření v zapojení a) klesá vliv přístroje (ampérmetru) pro velký měřený odpor, kdežto v zapojení b) klesá vliv přístroje (voltmetru) při měření malých odporů.

Extrapoloval jsem hodnotu odporu žárovky při pokojové teplotě jako  $R_0 = (119 \pm 6) \Omega$ .

## 6 Literatura

- [1] *R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus* UK Praha, 1989
- [2] *J. English: Úvod do praktické fyziky I* Matfyzpress, Praha 2006
- [3] *J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření* SNTL Praha, 1983